**Fiche Démonstration Relation d’Al-Kashi lycée**



Etant donné un triangle ABC, on désigne par :

* *a*, *b* et *c* les longueurs des côtés opposés aux sommets A, B et C.
* cos*A et* sin*A* les cosinus et sinus de la mesure entre 0 et π de l’angle du triangle (notons que sin*A* est toujours positif).

**La relation d’Al-Kashi**

Dans un triangle ABC, on a les relations :

=+−2*bc*cos*A*

=+−2*ac*cos*B*

=+−2*ab*cos*C*

**Démonstration :**

=− d’où =+−2.

Comme . =cos, nous obtenons avec les conventions précédentes la relation d’Al-Kashi (ou encore relation de Pyhtagore généralisée) :

=+−2*bc*cos*A*.

**Formule de l’aire et loi des sinus**

Etant donné un triangle ABC, l’aire *S* du triangle est calculée par :

*S*=*bc*sin*A*=*ac*sin*B*=*ab*sin*c* (formule de l’aire)

Par ailleurs : == (loi des sinus)



 ➀ ➁ ➂ ➃

**Démonstration :**

* Dans les situations ➀ et ➁, on a l’égalité = .

Par suite, dans le triangle AHC, rectangle en H, sin *A*=, soit ***HC*=*b*sin*A***

* Dans la situation ➂, et sont supplémentaires et ont donc le même sinus :
sin *A*= et là encore ***HC*=*b*sin*A***.
* Dans la situation ➃, *HC*=*AC*=*b*sin*A* (car est droit).

**Dans tous les cas, *HC*=*b*sin*A*.**

L’aire *S* du triangle ABC est calculée par *S*=*AB*×*HC*, et vaut : *S*=*bc*sin*A*

On obtient de même : *S*=*ac*sin*B* et *S*=*ab*sin*C.*

A partir des égalités 2*S*=*bc*sin*A*=*ac*sin*B*=*ab*sin*C*

en divisant par *abc*: ===

ou encore ===