K-algèbres

K désigne ici toujours un corps (commutatif)

* 1. Définition

Soit *E* un ensemble, muni de deux lois internes  et , et d’une loi externe à opérateurs dans K,.

Alors  est une K-algèbre lorsque :

-  est un K-ev.

- La loi  est associative et admet un élément neutre (qu’on note )

- La loi  est distributive sur la loi .

- Pour tous , et tout , 

Notation : les lois  et  sont généralement notées + et .

Exemples :

R est une R-algèbre (pour les lois usuelles), et C aussi. (C est aussi une C-algèbre).

 est une R-algèbre, *X* étant un ensemble quelconque.

* 1. Sous-algèbres

Définition :

Une sous-algèbre d’une K-algèbre , c’est une partie *F* de *E* qui contient  et qui est stable pour chacune des trois lois, c'est-à-dire :

-  -  - 

Proposition :

Une sous-algèbre d’une K-algèbre est une K-algèbre.

Exemple :

L’ensemble des fonctions polynomiales de K dans K constitue une sous-algèbre de l’algèbre .

* 1. Morphisme de K-algèbre

Définition :

Soient ,  deux K-algèbres. Soit . Alors  est un morphisme de K-algèbres lorsque :

-  - 

-  - 

Exemple :

L’ensemble des suites convergentes est une sous algèbre de la R-algèbre des suites réelles, et l’application qui à une suite convergente associe sa limite est un morphisme d’algèbres.