## I. Repérage sur le cercle trigonométrique

Le plan est muni d’un repère orthonormé . On note = et =.

### 1. Cercle trigonométrique

##### Définition

#### Orienter le plan, c’est choisir sur tous les cercles du plan un même sens de parcours appelé sens direct (ou sens positif).

L’autre sens de parcours est appelé sens indirect (ou sens négatif).

Par convention, le sens direct est le sens inverse des aiguilles d’une montre.

##### Définition

#### On appelle cercle trigonométrique le cercle C de centre O et de rayon 1 orienté dans le sens direct.

**+**

1

### 2. Repérage d’un point sur le cercle trigonométrique

La droite Δ tangente au cercle trigonométrique C en I et graduée à partir de I avec la même unité que le plan, sens positif vers le haut, représente l’ensemble des nombres réels .



##### Définition

#### Par enroulement de la droite des réels Δ sur le cercle trigonométrique C, tout réel *x* est associé à un unique point M de C.

On dit alors que le réel *x* est une **abscisse curviligne** de M.

##### Exemple

Le point J est associé au réel donc une abscisse curviligne de J est .

Le périmètre de C étant 2π, J est aussi associé aux réel +2*π*=, −2*π*=-, …

##### Propriété

#### Tout point M du cercle trigonométrique C admet une infinité d’abscisses curvilignes.

#### Si *x* est l’une d’elles alors toutes les autres sont les réels *x*+2*kπ*, où *k*☻.

##### Exemple

Soit A le point de C d’abscisse curviligne – alors -=-+3×2*π* est aussi une abscisse curviligne de A.

↔ Application : 14 p

### 3. Arcs orientés

##### Définition

#### Soient A et B deux points du cercle trigonométrique C d’abscisses curvilignes respectives et alors le réel − est une mesure de l’arc orienté .

##### Exemple

Une abscisse curviligne de A est - et une abscisse curviligne de J est donc une mesure de l’arc orienté est

−(-)=.

##### Remarque

L’arc orienté  admet une infinité de mesures qui diffèrent toutes entre elles d’un multiple de 2π.

##### Définition

#### La mesure principale d’un arc orienté est l’unique mesure de cet arc orienté qui appartient à l’intervalle .

↔ Applications :

### 4. Repère orthonormé direct

##### Définition

#### Un repère orthonormé est direct lorsque une mesure de l’arc orienté est .

Dans la suite de ce chapitre, le plan est d’un repère orthonormé direct .

## II. Angles orientés

### 1. Mesures d’un angle orienté

|  |  |
| --- | --- |
| DéfinitionSoient  et deux vecteurs non nuls.M et N sont les points tels que = et =.A et B sont les points d’intersections de [OM) et [ON) avec le cercle trigonométrique C.Les mesures en radians de l’angle orienté sont les mesures de l’arc orienté . | 6A3D100B |

##### Exemple

ABCD est un carré direct de centre O.

O

**+**

Donner une mesure des angles orientés , et (,) :

* a pour mesure ;
* a pour mesure *π*;
* = donc = qui a pour mesure -.

↔ Applications :

### 2. Mesure principale

##### Propriété

#### Soient = et = deux vecteurs non nuls.

#### La mesure principale de l’angle orienté est l’unique mesure α de cet angle orienté qui appartient à  ;

#### On a alors =α si *α*>0 et =-*α* si *α*<0.

####  Les autres mesures de l’angle orienté sont les réels *α*+2*kπ*, *k*☻

On note alors =*α*+2*kπ* (*k*☻) ou encore =*α* (2*π*) *(on lit « modulo 2π »)*.

##### Exemple

Déterminer la mesure principale de l’angle orienté dont une mesure est -.

2*π*= donc -=+=-3×2*π*+.

Comme –*π*<Â*π* alors a pour mesure principale .

↔ Applications :

### 3. Rotations

##### Définition

#### Soient Ω un point du plan et α un réel quelconque.

#### On appelle rotation de centre Ω et d’angle α la transformation du plan orienté qui laisse Ω invariant et qui à tout point M distinct de Ω associe le point M’ tel que Ω*M*=*ΩM*′ et =*α* (2*π*)

On la note généralement *r* ou plus simplement *r* lorsqu’il n’y a pas de confusion possible.

##### Exemple 1

Soit Ω un point du plan orienté.

Construire les points A’, B’ et C’ images des points A, B et C par la rotation de centre Ω et d’angle -.

##### Exemple 2

ABCD est un carré direct de centre O.

Quelles sont les images des points A, C et O par la rotation *r* de centre O et d’angle ?

## IV. Propriétés des angles orientés

Le plan est orienté.

##### Relation de Chasles (admise)

#### Pour tous vecteurs , et  non nuls : += (2π)

##### Exemple

ABCD est un carré de sens direct et de centre O.

O

**+**

Donner une mesure de l’angle orienté  :

=+=+*π*= (2π).

##### Propriété (admise)

#### Deux vecteurs et non nuls sont colinéaires si et seulement si

#### =0 (2π) ou =*π* (2π)



##### Exemple

Soient A et B deux points distincts, déterminer l’ensemble E des points M tels que =0 (2π).

=0 si et seulement si est non nul, colinéaire à et de même sens que  : E est donc la demi droite ]AB).

A

]

B

|

##### Conséquences

#### Pour tous vecteurs et non nuls :

#### =- (2π)

#### mso7BEDF

#### = (2π)

#### msoF2F02

#### =+*π* (2π)

#### msoA95ED

#### =+*π* (2π)

#### msoF637C

##### Application

Soient A, B et C sont trois points non alignés.

A

B

C

++=++ (2π)

 =+ (2π)

 = (2π)

 =*π* (2π).