**Verzamelingenleer**

natuurlijke getallen

gehele getallen

rationale getallen

gehele getallen

Ø lege verzameling

universele verzameling

{a, b, ...} verzameling van elementen, volgorde niet belangrijk

(a,b,..) verzameling van elementen, volgorde belangrijk

: | waarvoor geldt dat

#A aantal elementen in A

DA D is een deelverzameling van A

2A machtsverzameling van A

A B doorsnede: A én B

A B unie: A en/of B

A B A zonder B

AC complement: alles behalve A

AB = B A zelfde voor

A (B C) = (A B) C zelfde voor

A (B C) = (AB) (A C) zelfde geldt omgekeerd

(Ac)c = A

(AB)c = Ac BC zelfde geldt voor

A A = A²

#(A1 A2) = #A1 #A2

f: voor elk element van A1 is er een overeenkomstig element in A2

a wordt afgebeeld op f(a)

f-1  inverse van f

A is aftelbaar A is aftelbaar als je aan elk een volgnr kan geven

1. **Beschrijvende statistiek**

**Conceptueel kader**

= de uitkomst van de proef bv. 1

= de verzameling van mogelijke uitkomsten

n = totaal aantal experimentele eenheden

= willekeurige uitkomst met i als ‘stomme’ of lopende index van 1 tot n

X:

* 1. **Beschrijvende statistiek met 1 variabele**
     1. **Frequentiefuncties**
        1. **KWALITATIEVE VARIABELE**

De som van de frequenties van de verschillende mogelijkheden (x1 tot xm) voorkomen = n

* + - 1. **KWANTITATIEVE VARIABELE**

Kwantielen?

* + 1. **Samenvattende maten**
       1. **CENTRALE TENDENSMATEN**

Modus: waarde die het meest voorkomt

Mediaan middelste waarde: Pc50

Eigenschappen van

Hoeveel verder c van de geg’s afligt dan

Eigenschap voor Me:

* + - 1. **SPREIDINGSMATEN**

Bereik: max(X)-min(X)

Bij de inductieve statistiek heb je sx’² en sx’ waarbij je deel door (n-1) i.p.v. n

Interkwartielafstand Q3-Q1

Andere berekeningswijzen:

Eigenschappen

* + 1. **Transformaties van variabelen**

Bij lineaire transformatie blijft de z-score hetzelfde bij en omgekeerd/negatief bij

Transformaties en de frequentiefunctie

De frequentie volgens de getransformeerde functie Y=f(X) is de som van de frequenties van de x-waarden die in de oorspronkelijke functie op die y-waarde werden afgebeeld

Transformaties en centrale tendensmaten

Bij een lineaire transformatie (f(x)=ax+b) bekom je het gemiddelde door op het gemiddelde van de oorspronkelijke gegevens de transformatie toe te passen

Transformaties en spreidingsmaten

Bij een lineaire transformatie

* 1. **Beschrijvende statistiek met 2 variabelen**
     1. **Frequentiefuncties**

Met variabele X en Y: en met j van 1 tot m en j’ van 1 tot m’

Marginale freqentie- en proportiefuncties: freqx en freqy en px en py (rij en kolomtotalen)

* + 1. **Samenvattende maten**
       1. **Centrale tendensmaten**
       2. **Spreidingsmaten**

* + - 1. **Samenhangs- of associatiematen**

1. **KWALITATIEVE VARIABELEN**
2. **KWANTITATIEVE VARIABELEN**
   1. **B1: associatiematen**

Eigenschappen

sxy = syx

s(ax+b) y = a sxy

meeteenheid-afhankelijk ⇒ productmomentcorrelatie: (rxy)=

rxy = ryx

* 1. **B2 Optimale voorspelling**
     1. **B.2.1. Algemene optimale voorspelling**

Yiest =f(xi)

* + 1. **B.2.2. Optimale lineaire voorspelling**
    2. **Somvariabelen**
  1. **Beschrijvende statistiek met meer dan 2 variabelen**
     1. **Methode van het conditioneel werken**
     2. **Optimale lineaire voorspelling van een criteriumvariabele**

1. **Inductieve statistiek**
   1. **Conceptueel kader**
      1. **Populatie en steekproef**

N omvang van de populatie

n omvang van de steekproef

* + 1. **Stap 1: Toevalsexperiment en steekproeftrekking**
    2. **Stap 2: Uitkomsten en uitkomstenverzameling**

**Het proces van gegevensverzameling**

Ω: uitkomstenverzameling van een TE, met uitkomsten voorgesteld als : ω  
⤷verschillende waarde van n ⇒ verschillende Ω: Ωn=1 ≠ Ωn=10

* + 1. **Stap 3: Toevalsvariabelen**

X:

* + 1. **Gebeurtenis**

Gebeurtenis A: A⊂Ω A is een verzameling en bewerkingen zoals met verzamelingen mogen dus

Bijzondere gebeurtenissen:  
Ø lege gebeurtenis

Ω de zeker gebeurtenis

{ω} verzameling van alle singletons (deelverzamelingen van Ω die slechts 1 uitkomst bevatten)

De elementaire gebeurtenissen

* + 1. **Kans en kansrekening**
       1. **HET BEGRIP KANS (PROBABILITEIT)**

Gegeven een Ω en de verzameling van alle gebeurtenissen 𝒢. Een kans P is een functie:

P:

Met P(Ω) = 1

Als G1,...,Gm gebeurtenissen zijn met , dan

Elke gebeurtenis is een unie van een aantal elementaire gebeurtenissen:   
Bv. G= {ω1, ω2, ω4} = {ω1} ∪ {ω2} ∪ {ω4}

* + - 1. **VOORWAARDELIJKE KANS (CONDIDIONELE PROBABILITEIT)**

De conditionele probabiliteit op A gegeven B, P(A|B), is gedefinieerd als:

* + - 1. **REGEL VAN BAYES**
      2. **STATISTISCHE ONAFHANKELIJKHEID VAN GEBEURTENISSEN**

Als P(A) ≠ 0 ≠ P(B), dan zijn de volgende eigenschappen equivalent (alles of niets)  
 P(A|B) = P(A)  
 P(B|A) = P(B)  
 P(A⋂B) = P(A) . P(B)  
Als deze eigenschappen gelden dan zijn de gebeurtenissen A en B **statistisch onafhankelijk**.

A1 , ... , An (n gebeurtenissen) zijn mutueel statistisch afhankelijk als elke deelverzameling dat is.  
 Paarsgewijze onafhankelijkheid is dus geen voldoende voorwaarde!

* + - 1. **BEREKENING VAN KANSEN**
         1. **Combinatoriek**

Als de uitkomst van een TE bestaat uit het gezamenlijk resultaat van het na elkaar uitvoeren van   
k operaties, waarbij de 1e operatie N1 verschillende deelresultaten kan hebben en de 2e operatie N2 verschillende deelresultaten kan hebben, enz:

#Ω = N1 x N2 x ... x Nk

Aantal **permutaties**: aantal mogelijkheden om n objecten te ordenen (faculteit: n!)

Aantal **combinaties**: aantal mogelijkheden om zonder teruglegging uit een verzameling met N verschillende elementen een deelverzameling van n elementen te trekken (volgorde onbelangrijk)

* + - * 1. **Rekenregels voor kansen op samengestelde gebeurtenissen**

P(Gʿ) = 1- P(G)

Algemeen: P(A⋂B) = P(A) x P(B|A) \* P(A⋂B⋂C) = P(A) x P(B|A) x P(C|A⋂B)  
Bij onafhankelijkheid: P(A⋂B) = P(A) x P(B)

Algemeen P(A∪B) = P(A) + P(B) – P(A⋂B)  
Als A en B disjunt zijn: P(A∪B) = P(A) + P(B)

* + - * 1. **Combinatoriek samen met rekenregels voor samengestelde gebeurtenissen**
    1. **Populatiekarakteristieken van toevalsvariabelen**
  1. **Populatiekarakteristieken van 1 toevalsvariabele**
     1. **Kansmassa-, dichtheids- en cumulatieve verdelingsfunctie**
        1. **DISCRETE TOEVALSVARIABELE**

Als X een discrete toevalsvariabele is met waardengebied {x1,x2,...} dan is de **kansmassafunctie π**:  
 π:   
 π(x)  
Met π(x)= P({ω| X(ω)=x})

* Als x∉ het waardengebied van X dan is π(x)=0
* Grafisch: een lijndiagram, histogram of polygoonvoorstelling

Als X een toevalsvariabele is dan is de **cumulatieve verdelingsfunctie Φ:** Φ:   
 Φ(x)  
Met Φ(x)= P({ω| X(ω)≤x})

* Grafisch: trapfunctie

**Populatiekwantielen xr\***Zelfde regels als bij beschrijvende ☺ LET OP DE SYMBOLEN

* + - 1. **CONTINUE TOEVALSVARIABELE**

Bij een continue X is de kans op een individuele waarde altijd 0: P({ω| X(ω)=x})= P(X=x) = 0  
⇒ werken met intervallen P(a ≤ X ≤ b) = P({ω| a ≤ X(ω) ≤ b})

⇒Als X een continue toevalsvariabele is, dan is de **dichtheidsfunctie φ:** φ:   
 φ(x)

⇒ grafisch: een niet-neg functie met eronder een totale opp van 1 !φ-waarden zelf geen kansen!

**Cumulatieve verdelingsfunctie Φ** voor continue variabelen:

* Grafisch: continue functie

**Populatiekwantielen xr\***Enkel mogelijk via de grafiek van Φ  
Zet φ om naar Φ (zie pract)

* + 1. **Samenvattende maten**
       1. **CENTRALE TENDENSMATEN**

**Populatiemodus:** waarde van x waarvoor π(x) / φ(x) max is

**Populatiemediaan Me\*:** Pc50\*

**Populatiegemiddelde / Verwachte waarde : μx / E[X]**

\*\*\*\*\*\*\*\*voorwaarden!!! Vb zie p156-159

Eigenschappen van het populatiegemiddelde  
E[ X-μ ] = 0

* + - 1. **SPREIDINGSMATEN**

**Bereik:** max X – min X

**Interkwartielbereik:** Q3\* - Q1\*

**Populatievariantie σx²** = E[ (X – μ)² ]

**Populatie standaarddeviatie σx** =

Eigenschappen van de populatievariantie

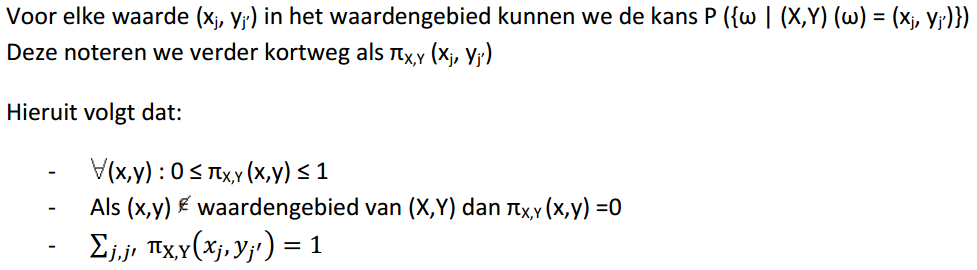
Chiastische eigenschap:

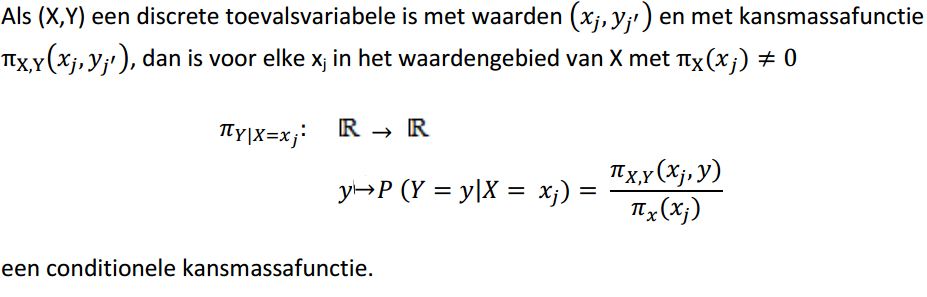
* + 1. **Transformaties van toevalsvariabelen**

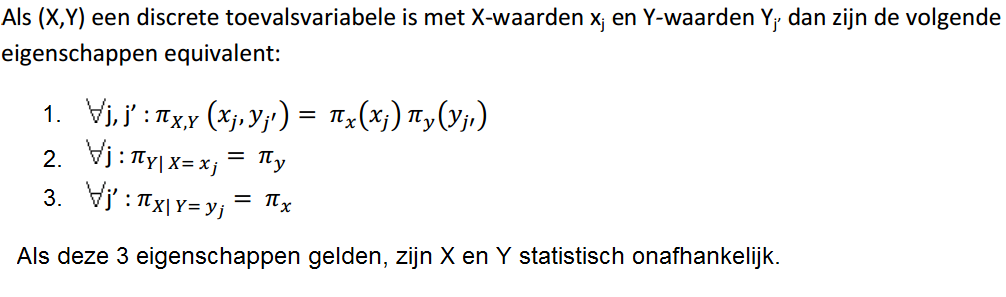
Bij een lineaire transformatie: Y=aX+b

E[Y]=a E[X] + b

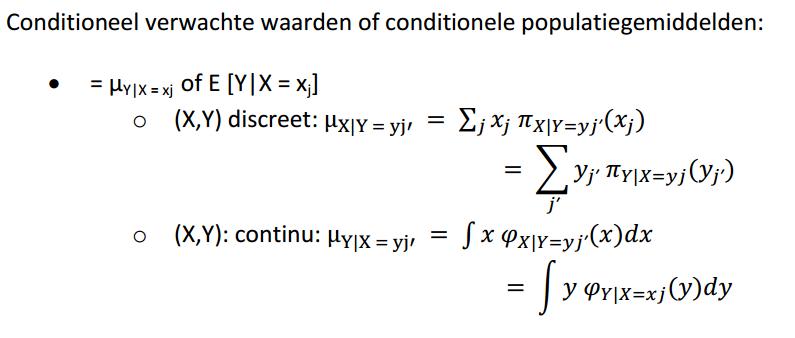
* 1. **Populatiekarakteristieken van 2 toevalsvariabelen**
     1. **Bivariate kansmassa-, dichtheids- en cumulatieve verdelingsfunctie**
        1. **2 DISCRETE TOEVALSVARIABELEN**

  
Tabel met kolom- en rijtotalen  
Grafisch: 3D-histogram met volume staven∼kansmassafunctie

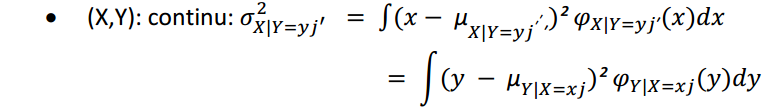
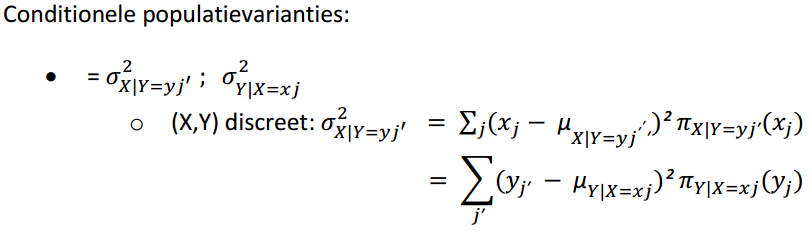
  
≈ met X  
Tabel!

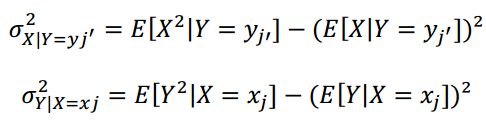


* + - 1. **2 CONTINUE TOEVALSVARIABELEN**
    1. **Samenvattende maten**
       1. **CENTRALE TENDENSMATEN**

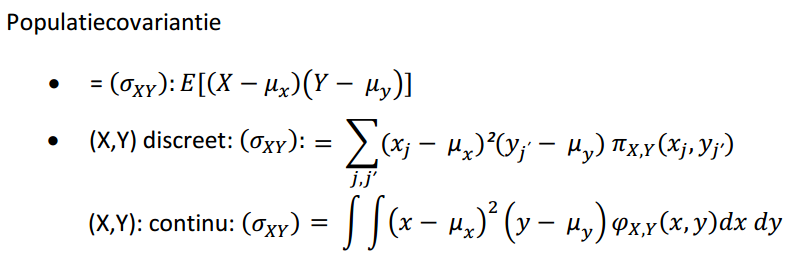


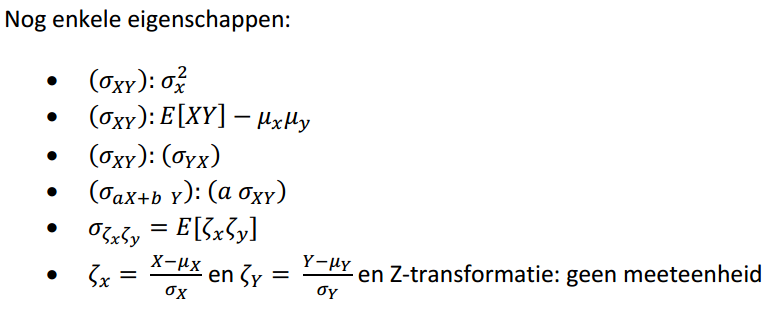
* + - 1. **SPREIDINGSMATEN**

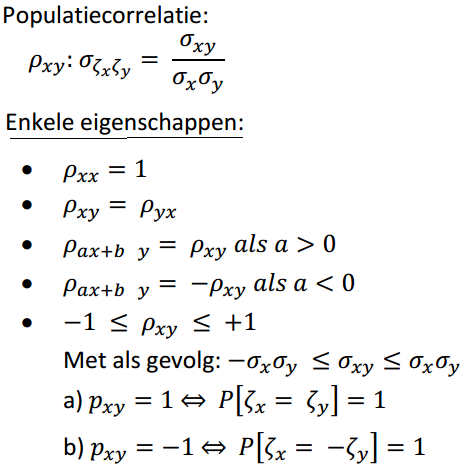


Chiastische eigenschap:   


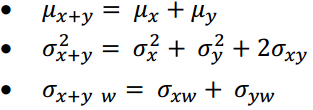
* + - 1. **SAMENHANGS- OF ASSOCIATIEMATEN**





 als XY afhankelijk zijn is p=0

* + 1. **Somvariabelen**

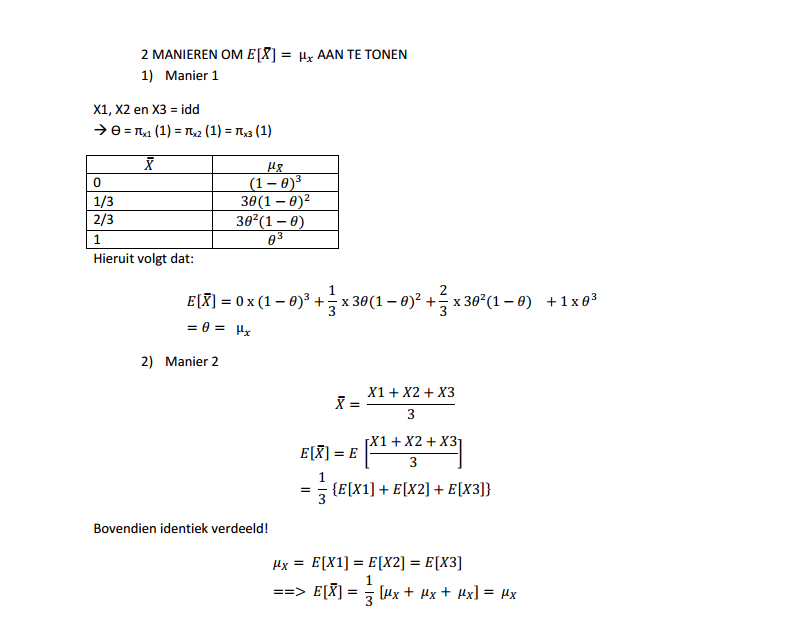


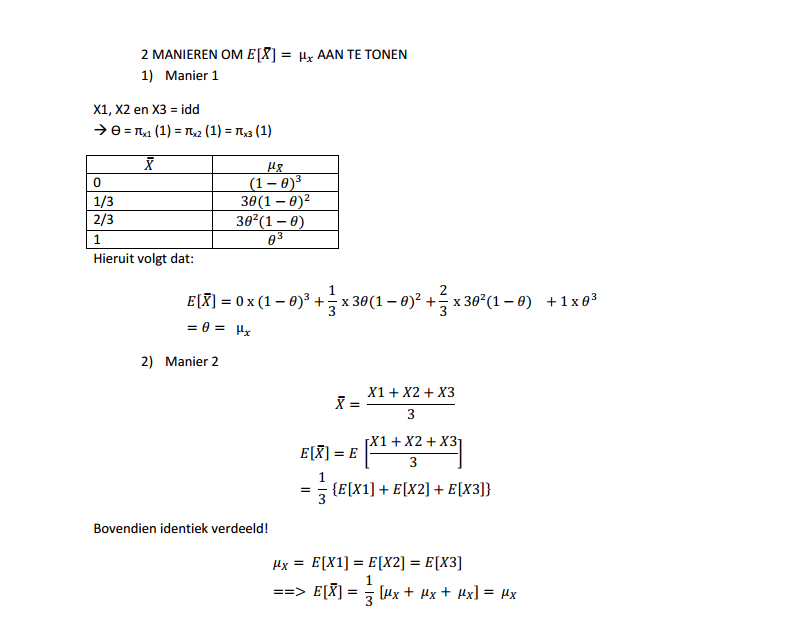


* 1. **Relatie tss steekproef- en populatiekarakteristieken van toevalsvariabelen**

→ kruis op 1 en munt op 0 afbeelden per tosbeurt ⇒Toevalsvalsvariabelen X1, X2, en X3 (bij n=3)

2 manieren om E[] = μx aan te tonen

1)



2)

Verwachte kwadratische fout van :   
Gezien een zuivere schatter is 🡪